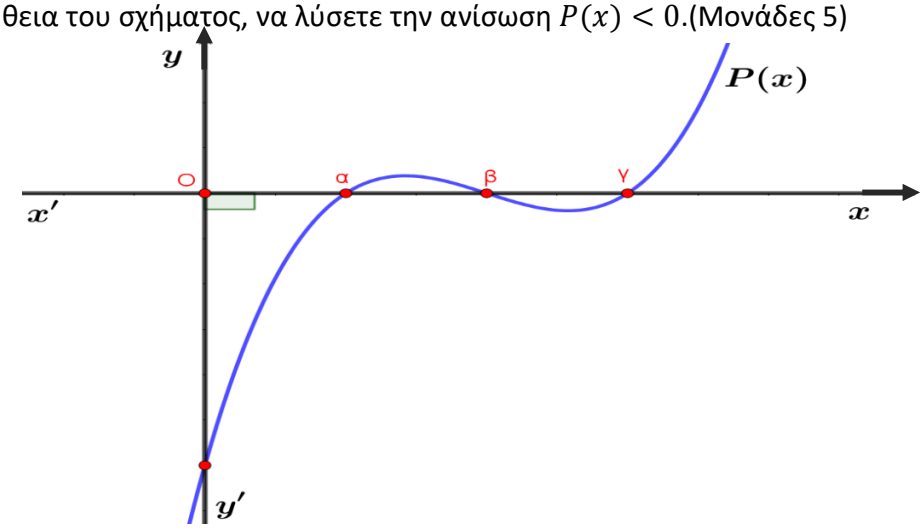
**ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 4**

| | |
|---|---|
| **1.** | ΘΕΜΑ 2<br><br>Δίνονται τα πολυώνυμα:<br>$P(x) = -2x^3 + 4x^2 + 2(x^3 - 1) + 9$ και $Q(x) = \alpha x^2 + 7$, $\alpha \in \square$ .<br>α) Να δείξετε ότι $P(x) = 4x^2 + 7$ .(Μονάδες 13)<br>β) Να βρείτε την τιμή του $\alpha$, ώστε τα πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x)$ να είναι ίσα.<br>(Μονάδες 12) |
| **2.** | ΘΕΜΑ 2<br><br>Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - 16x^2 + 4x - 27$.<br><br>α) Να δείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $(x - 8)$ είναι $\upsilon = 5$.<br><br>(Μονάδες 15)<br>β) Να υπολογίσετε το $P(8)$. (Μονάδες 10) |
| **3.** | ΘΕΜΑ 2<br>Έστω P(x) πολυώνυμο το οποίο έχει παράγοντα το $x-1$. Αν η διαίρεση $P(x):(x-1)$ δίνει πηλίκο $x^2+1$, τότε:<br>α) Να αιτιολογήσετε γιατί $P(x) = (x-1)(x^2+1)$ (Μονάδες 13)<br>β) Να λύσετε την ανίσωση $P(x) \le 0$ .(Μονάδες 12) |
| **4.** | ΘΕΜΑ 2<br>Δίνεται η εξίσωση $8x^4 - 9x + 1 = 0$.<br>α) Να αποδείξετε ότι έχει ρίζα τον αριθμό 1. (Μονάδες 12)<br>β) Να αποδείξετε ότι δεν έχει άλλη ακέραια ρίζα. (Μονάδες 13) |
| **5.** | ΘΕΜΑ 4<br>Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + \lambda x - 2$, όπου $\lambda \in \square$ , το οποίο έχει παράγοντα το $x+1$.<br>α) Να βρείτε την τιμή του $\lambda$ .(Μονάδες 8)<br>β) Για $\lambda = 3$<br>i. να αποδείξετε ότι το $P(x)$ έχει παράγοντα και το $x-2$ και ότι<br>$P(x) = (x-2)(x+1)(x-1)^2$ .(Μονάδες 10)<br>ii. να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$. (Μονάδες 7) |
| **6.** | ΘΕΜΑ 4<br>Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 3x^3 - x^2 - \lambda x + 2$, όπου $\lambda \in \square$ , του οποίου το υπόλοιπο της διαίρεσης με το $x-1$ είναι 3.<br>α) να βρείτε την τιμή του $\lambda$ .(Μονάδες 7)<br>β) για $\lambda = 1$<br>i. να κάνετε τη διαίρεση $P(x):(x-1)$ και να αποδείξετε ότι<br>$P(x) = (x-1)(3x^2 + 2x + 1) + 3$ .(Μονάδες 8)<br>ii. να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 3$. (Μονάδες 10) |

| | |
|---|---|
| **7.** | ΘΕΜΑ 4<br>Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x^3-\alpha x^2-(\beta+2)x+6$ και το τριώνυμο $x^2-x-6$.<br>α) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο.(Μονάδες 6)<br>β) Αν το πολυώνυμο έχει παράγοντα κάθε παράγοντα του τριωνύμου, τότε:<br>i. να αιτιολογήσετε γιατί $P(3)=P(-2)=0$.(Μονάδες 5)<br>ii. να αποδείξετε ότι $\alpha=2$ και $\beta=3$.(Μονάδες 8)<br>γ) Να λύσετε την εξίσωση $P(x)=0$.(Μονάδες 6) |
| **8.** | ΘΕΜΑ 4<br>Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x^3-6x^2+11x-\alpha,\ \alpha\in\square$. Αν είναι γνωστό ότι έχει ρίζα τον αριθμό $1$, τότε:<br>α) Να αποδείξτε ότι $\alpha=6$.(Μονάδες 8)<br>β) Να κάνετε τη διαίρεση $P(x):(x-1)$ και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης.<br>(Μονάδες 9)<br>γ) Να λύσετε την εξίσωση $P(x)=0$.(Μονάδες 8) |
| **9.** | ΘΕΜΑ 4<br>Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)=x^3-6x^2+11x-6,\ x\in R$ και έστω $\alpha,\beta,\gamma$ οι τετμημένες των σημείων στα οποία τέμνει η γραφική παράσταση τον άξονα $x'x$.<br>α) Να αποδείξετε ότι $P(3)=0$.(Μονάδες 5)<br>β) Να λυθεί η εξίσωση $P(x)=0$.(Μονάδες 9)<br>γ) Να βρείτε, με αιτιολόγηση, τα $\alpha,\beta,\gamma$. (Μονάδες 6)<br>δ) Με τη βοήθεια του σχήματος, να λύσετε την ανίσωση $P(x)<0$.(Μονάδες 5)<br>  |